

卷 34 2025 山东初中学业水平考试

1. **A** **解析** 数轴上表示-2 的点是 M , 故选 A.

2. **B** **解析**

选项	解析	选项正误
A	是轴对称图形, 但不是中心对称图形	×
B	是轴对称图形, 也是中心对称图形	✓
C	是轴对称图形, 但不是中心对称图形	×
D	是轴对称图形, 但不是中心对称图形	×

上分总结

轴对称图形的特征是一个图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能完全重合;

中心对称图形的特征是一个图形绕某一点旋转 180° 后, 能与原图形完全重合.

3. **C** **解析** 根据题图可知, 其主视图是 , 故选 C.

4. **C** **解析** 9 亿 $= 900\,000\,000 = 9 \times 10^8$. 故选 C.

上分点拨

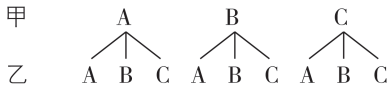
熟记 $1\text{ 万} = 10^4$, $1\text{ 亿} = 10^8$ 能较快地解决此类问题.

5. **B** **解析**

选项	解析	选项正误
A	$-2a+3a=a$	×
B	$(-2a^3)^2=4a^6$	✓
C	a^2 和 a 不是同类项, 不能合并	×
D	$a^6 \div a^2 = a^4$	×

6. **A** **解析** 将以“亚醜钺”“蛋壳黑陶杯”“颂簋”为主题的三款文创产品分别表示为 A, B, C.

画树状图如图:



共有 9 种等可能的结果, 其中甲、乙两位同学同时抽到“亚醜钺”的结果只有 1 种, 为 (A, A),

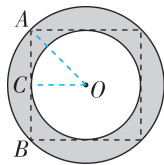
所以甲、乙两位同学同时抽到“亚醜钺”的概率是 $\frac{1}{9}$.

故选 A.

7. **D** **解析** 根据“共有 36 个头”可列方程为 $3x+y=36$; 根据“共有 108 只手”可列方程为 $6x+8y=108$. 故选 D.

8. **D** **解析** 如图, 设正方形的中心为 O , 边 AB 与内切圆的切点为 C , 连接 OA, OC , 则 $\angle OCA = 90^\circ$, $\angle OAC = \angle AOC = 45^\circ$, $OC=2$, $\therefore OA = \frac{OC}{\sin 45^\circ} = 2\sqrt{2}$, $\therefore S_{\text{阴影}} = \pi \cdot OA^2 - \pi \cdot OC^2 =$

$8\pi - 4\pi = 4\pi$. 故选 D.



9. **A** **解析** 由正方形 $OABC$ 的面积为 4 可得, $BC=BA=2$, $\therefore B(2,2)$. 观察图象可知, 当 $y \geq 2$ 时, x 的取值范围为 $0 < x \leq 2$. 故选 A.

10. **B** **解析** 观察图象可知, 当 $x \geq 1\,000$ 时, 在抛物线对称轴左侧, y 随 x 的增大而增大, 在抛物线对称轴右侧, y 随 x 的增大而减小, 故 A 选项不符合题意;

抛物线对称轴为直线 $x = \frac{1\,000+3\,000}{2} = 2\,000$, 且抛物线开

口向下, 所以当 $x=2\,000$ 时, y 有最大值, 故 B 选项符合题意;

观察图象可知, 当 $y \geq 0.6$ 时, $1\,000 \leq x \leq 3\,000$, 故 C 选项不符合题意;

由图象可知, 当 $y=0.4$ 时, 有两个对应的 x 值, 故 D 选项不符合题意.

故选 B.

11. **0 (答案不唯一)** **解析** 由题意得, $2x-3 \neq 0$, $\therefore x \neq \frac{3}{2}$, $\therefore x$ 的值可以是 0, 故答案为 0 (答案不唯一).

12. **(3, 2)** **解析** 将点 $P(3, 4)$ 向下平移 2 个单位长度得到的对应点 P' 的坐标为 $(3, 4-2)$, 即 $(3, 2)$. 故答案为 $(3, 2)$.

上分点拨

平面直角坐标系中点的坐标平移规律: 右加左减横坐标, 上加下减纵坐标.

13. **$m > -4$** **解析** 由题意得, $\Delta = b^2 - 4ac = 16 + 4m > 0$, 解得 $m > -4$. 故答案为 $m > -4$.

14. **(1, -1)** **解析** $\because A_1(1, -1)$,

\therefore 点 A_2 的横坐标为 1. 将 $x=1$ 代入 $y = \frac{1}{x}$ 可得, $y=1$,

$\therefore A_2(1, 1)$,

\therefore 点 A_3 的纵坐标为 1. 将 $y=1$ 代入 $y=-x$ 可得, $x=-1$,

$\therefore A_3(-1, 1)$,

\therefore 点 A_4 的横坐标为 -1. 将 $x=-1$ 代入 $y = \frac{1}{x}$ 可得, $y=-1$,

$\therefore A_4(-1, -1)$,

\therefore 点 A_5 的纵坐标为 -1. 将 $y=-1$ 代入 $y=-x$ 可得, $x=1$,

$\therefore A_5(1, -1)$,

\dots ,

∴ 每 4 次操作为一个循环.

∴ $2\ 025 \div 4 = 506 \cdots 1$,

∴ 点 $A_{2\ 025}$ 的坐标为 $(1, -1)$.

故答案为 $(1, -1)$.

15. $\frac{24}{5}$ 【解析】在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 6$, $BC = 8$,

∴ $AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$.

设 AB 交 QP 于点 O .

∴ 四边形 $PAQB$ 是平行四边形,

∴ $OA = \frac{1}{2}AB = 3$, $OP = \frac{1}{2}PQ$,

∴ 当 OP 取最小值时, PQ 取最小值.

如图, 当 $OP \perp AC$ 时, OP 取最小值, 此时 $\sin \angle BAC = \frac{OP}{AO} =$

$\frac{BC}{AC}$, 即 $\frac{OP}{3} = \frac{8}{10}$, 解得 $OP = \frac{12}{5}$,

∴ 线段 PQ 的最小值为 $2OP = \frac{24}{5}$.

故答案为 $\frac{24}{5}$.

16. 【解】(1) 原式 $= \frac{1}{3} \times 3 + 1$ (2 分)

$= 1 + 1$ (3 分)

$= 2$. (4 分)

(2) 原式 $= (x+1) \cdot (x-1) \cdot \frac{x+2}{x+1}$ (6 分)

$= (x-1)(x+2)$. (7 分)

当 $x = 2$ 时, 原式 $= (2-1)(2+2) = 4$. (8 分)

17. 【解】(1) ∵ $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle ACB = 30^\circ$,
∴ $\angle BAC = 60^\circ$. (1 分)

∵ AD 平分 $\angle BAC$, ∴ $\angle BAD = \angle DAC = \frac{1}{2} \angle BAC = 30^\circ$,
(2 分)

∴ $\angle ADC = \angle BAD + \angle ABC = 30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$. (3 分)

(2) ∵ $\angle B = 90^\circ$, $\angle BAD = 30^\circ$,

∴ $AD = \frac{AB}{\cos 30^\circ} = 2\sqrt{3}$. (4 分)

∵ $\angle DAC = \angle C = 30^\circ$, ∴ $DC = AD = 2\sqrt{3}$. (5 分)

由尺规作图可知, MN 垂直平分 DC , (6 分)

∴ $DE = \frac{1}{2}DC = \sqrt{3}$, $MN \parallel AB$, (7 分)

∴ $\angle DFE = \angle BAD = 30^\circ$, ∴ $DF = 2DE = 2\sqrt{3}$. (8 分)

(用 $\triangle ABD \cong \triangle FED$ 求解也可以)

18. 【解】(1) $y = 6x + 5$. (3 分)

(2) 由题意得 $0.4(6x+5) \times 0.3 = 4.2$, (5 分)

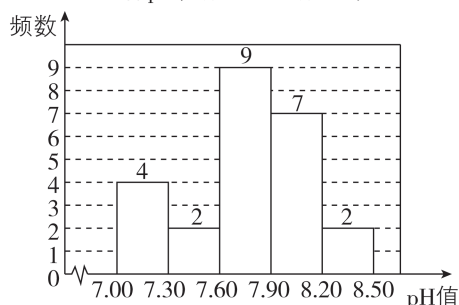
解得 $x = 5$. (7 分)

答: 注水 5 小时可供发电 4.2 万千瓦时. (8 分)

19. 【解】(1) $24 - 4 - 2 - 9 - 2 = 7$. 补全频数分布直方图如图:

(1 分)

乙基地水体 pH 值数据的频数分布直方图



(2 分)

(2) 7.67, 7.79. (6 分)

(3) 甲基地水体的 pH 值更稳定. 理由:

∵ $0.10 < 0.13$, ∴ 甲基地水体的 pH 值更稳定. (8 分)

(4) 甲基地水体 pH 值的日变化量为 $8.26 - 7.27 = 0.99$, 乙基地水体 pH 值的日变化量为 $8.21 - 7.11 = 1.1$.

∵ pH 值日变化量的要求为 $0.5 \sim 1$, ∴ 甲基地符合要求, 乙基地不符合要求. (10 分)

20. (1) 【证明】∵ $AD \perp OB$,
∴ $\angle DAC + \angle ACO = 90^\circ$. (2 分)

∵ AC 是 $\angle BAD$ 的平分线, (3 分)

∴ $\angle DAC = \angle BAC$. (4 分)

∵ $OA = OC$, (4 分)

∴ $\angle OAC = \angle OCA$, (4 分)

∴ $\angle OAB = \angle OAC + \angle BAC = 90^\circ$, 即 $OA \perp AB$.

∵ OA 为 $\odot O$ 的半径, (6 分)

∴ AB 为 $\odot O$ 的切线. (6 分)

(2) 【解】由 (1) 得 $\angle OAB = 90^\circ$. ∵ $\angle AOB = 45^\circ$, $OA = 2$,

∴ $AB = OA = 2$, ∴ $OB = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$. (8 分)

∵ $OC = OA = 2$, (10 分)

∴ $BC = OB - OC = 2\sqrt{2} - 2$. (10 分)

21. 【解】(1) ∵ AC, AD 与 $\odot O$ 相切, $\angle CAD = 60^\circ$,

∴ $\angle OAB = \frac{1}{2} \angle CAD = 30^\circ$. (2 分)

(2) ∵ AC 是 $\odot O$ 的切线, B 是切点,

∴ $OB \perp AC$. (3 分)

∵ $OB = 1$, $\angle OAB = 30^\circ$, ∴ $AB = \frac{OB}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}$. (4 分)

由题意得, $BC = 1$, ∴ $AC = \sqrt{3} + 1$. (4 分)

∵ $\angle CAD = \angle C'A'D' = 60^\circ$, ∴ 同理可得 $A'C' = \sqrt{3} + 1$, (5 分)

∴ $l = 7.52 - 2(\sqrt{3} + 1) \approx 7.52 - 2 \times 2.73 = 7.52 - 5.46 = 2.06$. (6 分)

∴ $1.9 < 2.06 < 2.1$, (7 分)

∴ 该部件 l 的长度符合要求. (7 分)

(3) 能, 正方体、长方体等均可 (写出一个即可). (9 分)

22. 【解】(1) 当 $a = 0$, $b = 3$ 时, $y = x^2 + x(x-3) + x(x-3) = x^2 + x^2 - 3x + x^2 - 3x = 3x^2 - 6x$, (1 分)

\therefore 对称轴为直线 $x = -\frac{-6}{6} = 1$. (2分)

(2) $\because b = 2a, \therefore y = x(x-a) + (x-a)(x-2a) + x(x-2a) = x^2 - ax + x^2 - 3ax + 2a^2 + x^2 - 2ax = 3x^2 - 6ax + 2a^2$, (3分)

\therefore 抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{-6a}{6} = a$. (4分)

$\because 3 > 0, \therefore$ 抛物线的开口向上.

\therefore 该函数在 $0 \leq x \leq 1$ 时, y 随 x 的增大而减小; 在 $3 \leq x \leq 4$ 时, y 随 x 的增大而增大,

$\therefore 1 \leq a \leq 3$. (6分)

(3) 存在. $y = x(x-a) + (x-a)(x-b) + x(x-b) = x^2 - ax + x^2 - ax - bx + ab + x^2 - bx = 3x^2 - 2(a+b)x + ab$, (7分)

$\therefore y_1 = 3a^2 - 2a(a+b) + ab = a^2 - ab$,

$y_2 = 3\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - 2(a+b) \cdot \frac{a+b}{2} + ab = -\frac{1}{4}(a-b)^2$,

$y_3 = 3b^2 - 2b(a+b) + ab = b^2 - ab$. (8分)

$\therefore y_1 + my_2 + y_3 = 0$,

$\therefore a^2 - ab - \frac{1}{4}m(a-b)^2 + b^2 - ab = 0$, (9分)

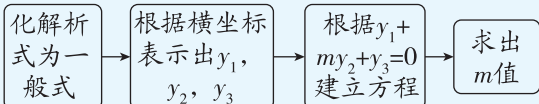
$\therefore -\frac{1}{4}m(a-b)^2 = -(a-b)^2$.

$\therefore a \neq b, \therefore a-b \neq 0$,

两边同时除以 $(a-b)^2$ 的前提, 不可遗漏

$\therefore -\frac{1}{4}m = -1, \therefore m = 4$. (11分)

上分点拨



23. 【解】(1) $\because \angle BAD = \angle ABC = \angle BDC = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABD + \angle DBC = 90^\circ, \angle ABD + \angle ADB = 90^\circ, BD = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$, (1分)

$\therefore \angle DBC = \angle ADB$,

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle DCB$, (2分)

$\therefore AD:BD = AB:CD$,

即 $2:2\sqrt{5} = 4:CD, \therefore CD = 4\sqrt{5}$. (3分)

(2) ① 四边形 $DBA'F$ 是矩形. 理由: 由折叠的性质可知, $\angle A' = \angle A = 90^\circ, \angle A'BD' = \angle ABD$.

$\because \angle ABD + \angle DBC = 90^\circ, \therefore \angle A'BD' + \angle DBC = 90^\circ$, 即 $\angle DBA' = 90^\circ$. (4分)

$\therefore \angle BDE = 90^\circ, \therefore$ 四边形 $DBA'F$ 是矩形. (5分)

② 延长 $AD, A'D'$ 交于点 F , 如图(1).

由(1)得 $BD = 2\sqrt{5}, CD = 4\sqrt{5}, \therefore BC = \sqrt{BD^2 + DC^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 + (4\sqrt{5})^2} = 10$. (6分)

由折叠的性质可知, $\angle BA'F = \angle A = 90^\circ, AB = A'B$.

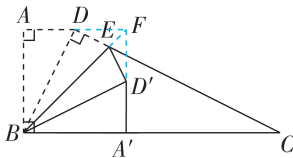
又 $\because \angle ABA' = 90^\circ, \therefore$ 四边形 $ABA'F$ 是正方形,

$\therefore AF = AB = 4, DF \parallel BC$, (7分)

$\therefore DF = AF - AD = 2$.

延长 BE , 易得直线 BE 经过点 $F, \therefore \triangle DEF \sim \triangle CEB$,

$\therefore DF:BC = DE:EC$, 即 $2:10 = DE:(4\sqrt{5} - DE)$, 解得 $DE = \frac{2\sqrt{5}}{3}$. (8分)



图(1)

(3) 存在. 线段 PC 的最小值为 $\sqrt{85} - \sqrt{5}$. 由折叠可得, 点 D 和点 D' 关于 BE 对称,

$\therefore BE$ 垂直平分 DD' , $\therefore \angle DPB = 90^\circ$.

$\because \angle A = 90^\circ, \therefore A, B, P, D$ 四点共圆, 如图(2). 设圆心为点 O , 则 O 是 BD 的中点. (9分)

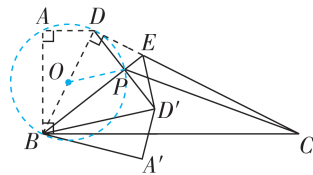
连接 OP , 当 O, P, C 三点共线时, PC 最小.

“一箭穿心”模型

$\because OD = OP = \frac{1}{2}BD = \sqrt{5}, \therefore OC = \sqrt{OD^2 + DC^2} = \sqrt{85}$,

(10分)

$\therefore PC$ 的最小值为 $OC - OP = \sqrt{85} - \sqrt{5}$. (11分)



图(2)